

Systeme und Umgebungen semiotischer Dualsysteme

1. Im folgenden werden trajektische Dualsysteme nach dem vollständigen 27er-System ternärer semiotischer Relationen bestimmt (vgl. Toth 2026), wobei die systemische Indizierung allerdings weggelassen wird. Diese „verschränkten“ Dualsysteme, darin die Systeme durch Unterstreichung markiert sind, werden ferner den heteromorphen Umgebungen der Saltatorien kategorientheoretischer Diamonds (vgl. Kaehr 2007) gegenübergestellt. Übereinstimmungen und Nicht-Übereinstimmungen sind auf diese Weise direkt ablesbar.

2. Trajektische systemische Dualsysteme und ihre Diamond-Umgebungen

3.2 1.1 | 2.1 1.1 × 1.1 1.2 | 1.1 2.3

U^{lo} Sys^{lo} Sys^{ro} U^{ro} × U^{lo} Sys^{lo} Sys^{ro} U^{ro}

1 ← 2 1 ← 1 1 ← 1 2 ← 1

| | | | | | | |

3 → 1 ◦ 2 → 1 ◦ 1 → 1 × 1 → 1 ◦ 1 → 2 ◦ 1 → 3

3.2 1.1 | 2.1 1.2 × 2.1 1.2 | 1.1 2.3

U^{lo} Sys^{lo} Sys^{ro} U^{ro} × U^{lo} Sys^{lo} Sys^{ro} U^{ro}

1 ← 2 1 ← 1 1 ← 1 2 ← 1

| | | | | | | |

3 → 1 ◦ 2 → 1 ◦ 1 → 2 × 2 → 1 ◦ 1 → 2 ◦ 1 → 3

3.2 1.1 | 2.1 1.3 × 3.1 1.2 | 1.1 2.3

U^{lo} Sys^{lo} Sys^{ro} U^{ro} × U^{lo} Sys^{lo} Sys^{ro} U^{ro}

1 ← 2 1 ← 1 1 ← 1 2 ← 1

| | | | | | | |

3 → 1 ◦ 2 → 1 ◦ 1 → 3 × 3 → 1 ◦ 1 → 2 ◦ 1 → 3

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.1} & 2.1 & \times & 1.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.1} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
1 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 & & & 1 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 \\
| & | & | & | & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 1 & \times & 1 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.1} & 2.2 & \times & 2.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.1} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
1 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 & & & 1 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 \\
| & | & | & | & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 2 & \times & 2 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.1} & 2.3 & \times & 3.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.1} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
1 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 & & & 1 \leftarrow 3 & & & 2 \leftarrow 1 \\
| & | & | & | & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 3 & \times & 3 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{1.3} & | & \underline{2.1} & 3.1 & \times & 1.3 & \underline{1.2} & | & \underline{3.1} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
1 \leftarrow 2 & & & 3 \leftarrow 1 & & & 1 \leftarrow 3 & & & 2 \leftarrow 1 \\
| & | & | & | & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow & 1 & \times & 1 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{1.3} & | & \underline{2.1} & 3.2 & \times & 2.3 & \underline{1.2} & | & \underline{3.1} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
1 \leftarrow 2 & & & 3 \leftarrow 1 & & & 1 \leftarrow 3 & & & 2 \leftarrow 1 \\
| & | & | & | & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow & 2 & \times & 2 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{1.3} & | & \underline{2.1} & 3.3 & \times & 3.3 & \underline{1.2} & | & \underline{3.1} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
1 \leftarrow 2 & & & 3 \leftarrow 1 & & & 1 \leftarrow 3 & & & 2 \leftarrow 1 \\
| & | & | & | & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow & 3 & \times & 3 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{2.1} & | & \underline{2.1} & 1.1 & \times & 1.1 & \underline{1.2} & | & \underline{1.2} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
2 \leftarrow 2 & & & 1 \leftarrow 1 & & & 1 \leftarrow 1 & & & 2 \leftarrow 2 \\
| & | & | & | & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow & 1 & \times & 1 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{2.1} & | & \underline{2.1} & 1.2 & \times & 2.1 & \underline{1.2} & | & \underline{1.2} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
2 \leftarrow 2 & & & 1 \leftarrow 1 & & & 1 \leftarrow 1 & & & 2 \leftarrow 2 \\
| & | & | & | & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow & 2 & \times & 2 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow & 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{2.1} & | & \underline{2.1} & 1.3 & \times & 3.1 & \underline{1.2} & | & \underline{1.2} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
2 \leftarrow 2 & & & 1 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 1 & 2 \leftarrow 2 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow & 3 & \times & 3 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{2.2} & | & \underline{2.1} & 2.1 & \times & 1.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.2} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
2 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 2 & 2 \leftarrow 2 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 1 & \times & 1 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{2.2} & | & \underline{2.1} & 2.2 & \times & 2.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.2} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
2 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 2 & 2 \leftarrow 2 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 2 & \times & 2 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{2.2} & | & \underline{2.1} & 2.3 & \times & 3.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.2} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
2 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 2 & 2 \leftarrow 2 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 3 & \times & 3 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.1} & 3.1 & \times & 1.3 & \underline{1.2} & | & \underline{3.2} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
2 \leftarrow 2 & & & 3 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 3 & 2 \leftarrow 2 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow & 1 & \times & 1 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.1} & 3.2 & \times & 2.3 & \underline{1.2} & | & \underline{3.2} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
2 \leftarrow 2 & & & 3 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 3 & 2 \leftarrow 2 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow & 2 & \times & 2 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{2.3} & | & \underline{2.1} & 3.3 & \times & 3.3 & \underline{1.2} & | & \underline{3.2} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
2 \leftarrow 2 & & & 3 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 3 & 2 \leftarrow 2 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow & 3 & \times & 3 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{3.1} & | & \underline{2.1} & 1.1 & \times & 1.1 & \underline{1.2} & | & \underline{1.3} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
3 \leftarrow 2 & & & 1 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 1 & 2 \leftarrow 3 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow & 1 & \times & 1 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 3 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{3.1} & | & \underline{2.1} & 1.2 & \times & 2.1 & \underline{1.2} & | & \underline{1.3} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
3 \leftarrow 2 & & & 1 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 1 & 2 \leftarrow 3 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow & 2 & \times & 2 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 3 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{3.1} & | & \underline{2.1} & 1.3 & \times & 3.1 & \underline{1.2} & | & \underline{1.3} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
3 \leftarrow 2 & & & 1 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 1 & 2 \leftarrow 3 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow & 3 & \times & 3 \rightarrow 1 \circ 1 \rightarrow 2 \circ 3 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{3.2} & | & \underline{2.1} & 2.1 & \times & 1.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.3} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
3 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 2 & 2 \leftarrow 3 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 1 & \times & 1 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 3 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{3.2} & | & \underline{2.1} & 2.2 & \times & 2.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.3} & 2.3 \\
U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} & \times & U^{\text{lo}} & \text{Sys}^{\text{lo}} & & \text{Sys}^{\text{ro}} & U^{\text{ro}} \\
3 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 2 & 2 \leftarrow 3 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 2 & \times & 2 \rightarrow 1 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 3 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{3.2} & | & \underline{2.1} & 2.3 & \times & 3.2 & \underline{1.2} & | & \underline{2.3} & 2.3 \\
U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} & \times & U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} \\
3 \leftarrow 2 & & & 2 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 2 & 2 \leftarrow 3 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 2 \circ 1 \rightarrow & 3 & \times & 3 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 3 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{3.3} & | & \underline{2.1} & 3.1 & \times & 1.3 & \underline{1.2} & | & \underline{3.3} & 2.3 \\
U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} & \times & U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} \\
3 \leftarrow 2 & & & 3 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 3 & 2 \leftarrow 3 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow & 1 & \times & 1 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 3 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{3.3} & | & \underline{2.1} & 3.2 & \times & 2.3 & \underline{1.2} & | & \underline{3.3} & 2.3 \\
U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} & \times & U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} \\
3 \leftarrow 2 & & & 3 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 3 & 2 \leftarrow 3 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow & 2 & \times & 2 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 3 \rightarrow 3
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc}
3.2 & \underline{3.3} & | & \underline{2.1} & 3.3 & \times & 3.3 & \underline{1.2} & | & \underline{3.3} & 2.3 \\
U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} & \times & U^{lo} & Sys^{lo} & & Sys^{ro} & U^{ro} \\
3 \leftarrow 2 & & & 3 \leftarrow 1 & & & & & & 1 \leftarrow 3 & 2 \leftarrow 3 \\
| & | & & | & | & & & & & | & | & | & | \\
3 \rightarrow 3 \circ 2 \rightarrow 3 \circ 1 \rightarrow & 3 & \times & 3 \rightarrow 1 \circ 3 \rightarrow 2 \circ 3 \rightarrow 3
\end{array}$$

Literatur

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow, U.K.2007

Toth, Alfred, Situationale semiotische Relationen mit verschränkten Umgebungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2026

14.1.2026